

1 Stress and Strain State Analysis

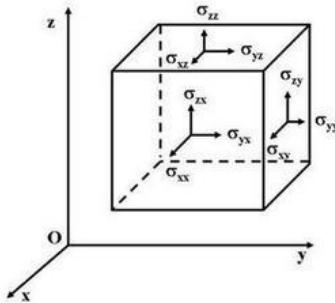
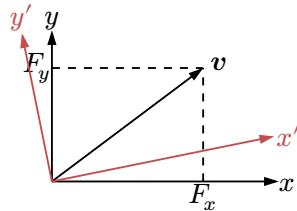


图 1 微元上的应力状态

取一个微元，每个面垂直与其指向外有一个正应力 σ ，平行于其表面有两个垂直的切应力 τ 。在微元内，相对的两个面的受力大小相同，方向相反。因此我们只考虑其中相邻的三个面，至少需要 9 个值来表示当前的应力状态。

上述的叙述条件是建立在我们已经确定好 $x-y-z$ 正交基的基础上的。我们知道，每一个点都有一个应力状态，并且这个物理量应该是不依赖于基的。回想我们是如何描述之前熟知的物理量的——例如某个点有一个温度 T ，这个值实际上用一个值就能表示 $T = 20^\circ$ ；或者说某个点有个力 A ，我们则用一个矢量来表示。实际上，在真正参与计算时，我们必须要用两个值来确定这个矢量。



设有两组基 $\{e_i\}_n$ 和 $\{\tilde{e}_i\}_n$ 。定义转换矩阵 (Forward transformation)

$$F = [f_{ij}]_{n \times n}$$

将原始基转换为新基：

$$\tilde{e}_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} e_j$$

同理定义反向的转换矩阵 (Backward transformation)

$$B = [b_{ij}]_{n \times n}$$

将新基转换为原始基：

$$e_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} \tilde{e}_j$$

给定向量 v ，这个向量可以用两个基来表示：

$$\boldsymbol{v} = v^i \boldsymbol{e}_i, \quad \tilde{\boldsymbol{v}} = \tilde{v}^i \tilde{\boldsymbol{e}}_i$$

2 Theory of Strength

脆性材料发生断裂或者塑性材料发生变形。在单向受力情况下，可以由实验测定塑性材料屈服和脆性材料断裂时横截面的应力，称为**极限应力** σ_u 。

当然，我们不能让材料的最大应力达到极限应力，所以我们一般规定一个安全值 $[\sigma]$ 作为许用应力，满足

$$\sigma \leq [\sigma] = \frac{\sigma_u}{n},$$

其中 n 是材料的安全系数。

强度为啥会失效？可能是由于最大的拉应力超过了极限，可能是由于最大的拉应变超过了极限，也可能是由于最大的切应力超过了极限。这分别对应了三大强度理论。